



# UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

## Escola de Engenharia de Lorena – EEL

*“PPE6408 – Tópicos Especiais de Física”*

*Prof. Dr. Durval Rodrigues Junior*

*Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR)*

*Escola de Engenharia de Lorena (EEL)*

*Universidade de São Paulo (USP)*

*Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6 - Lorena, SP 12600-970*

*[durval@demar.eel.usp.br](mailto:durval@demar.eel.usp.br)*

*[www.demar.eel.usp.br/docentes](http://www.demar.eel.usp.br/docentes) ou [www.eel.usp.br](http://www.eel.usp.br) (Página dos professores)*

Área I  
Rodovia Itajubá-Lorena, Km 74,5  
CEP 12600-970 - Lorena - SP  
Tel. (12) 3159-5007/3153-3209

USP Lorena  
[www.eel.usp.br](http://www.eel.usp.br)

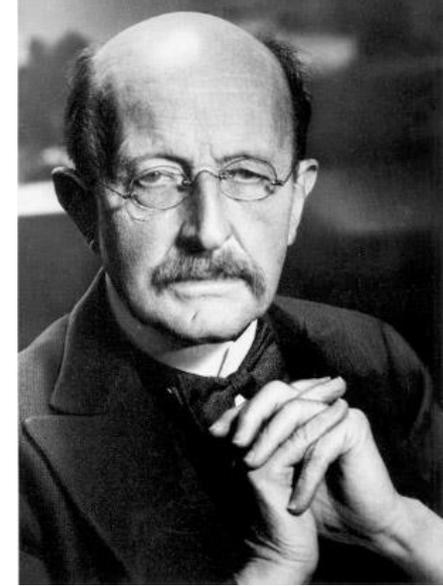
Área II  
Polo Urbo-Industrial Gleba AI-6  
CEP 12600-970 - Lorena - SP  
Tel. (12) 3159-9900

# UNIDADE 8 -

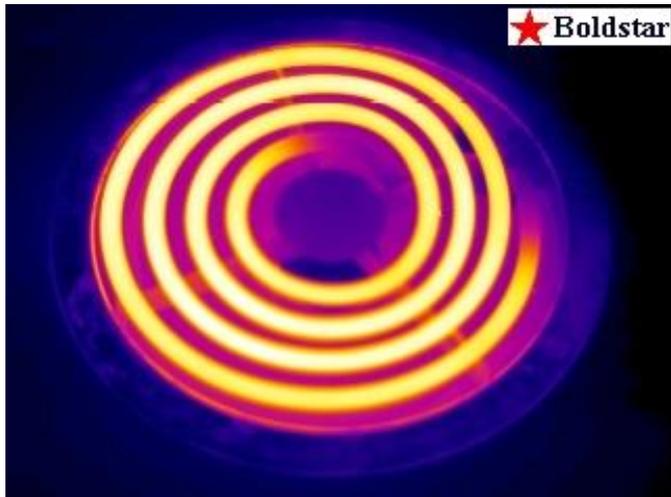
## Fótons e Ondas de Matéria

# A radiação do corpo negro

Até agora estudamos fenômenos em que a luz é encarada como **onda**. Entretanto, há casos em que a explicação convencional da **teoria eletromagnética** de Maxwell **não é satisfatória**.

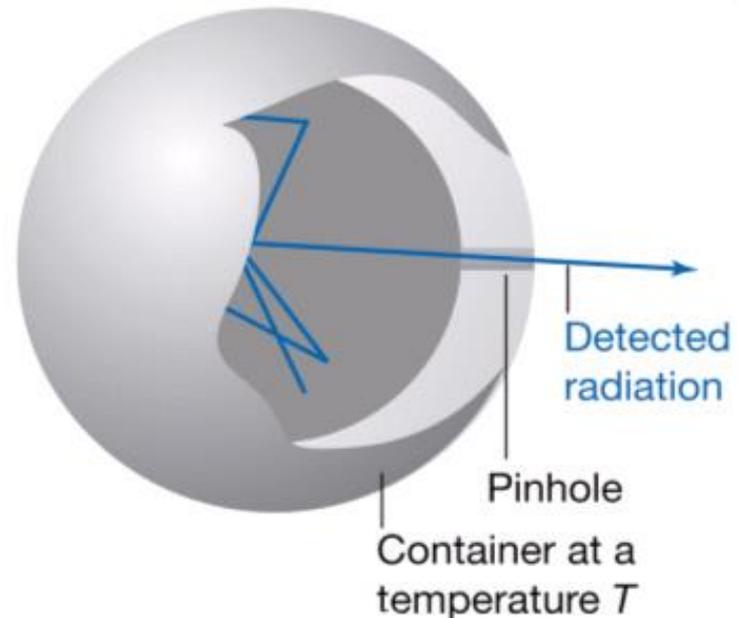


Max Planck



**Material aquecido emite no visível**

## Corpo Negro



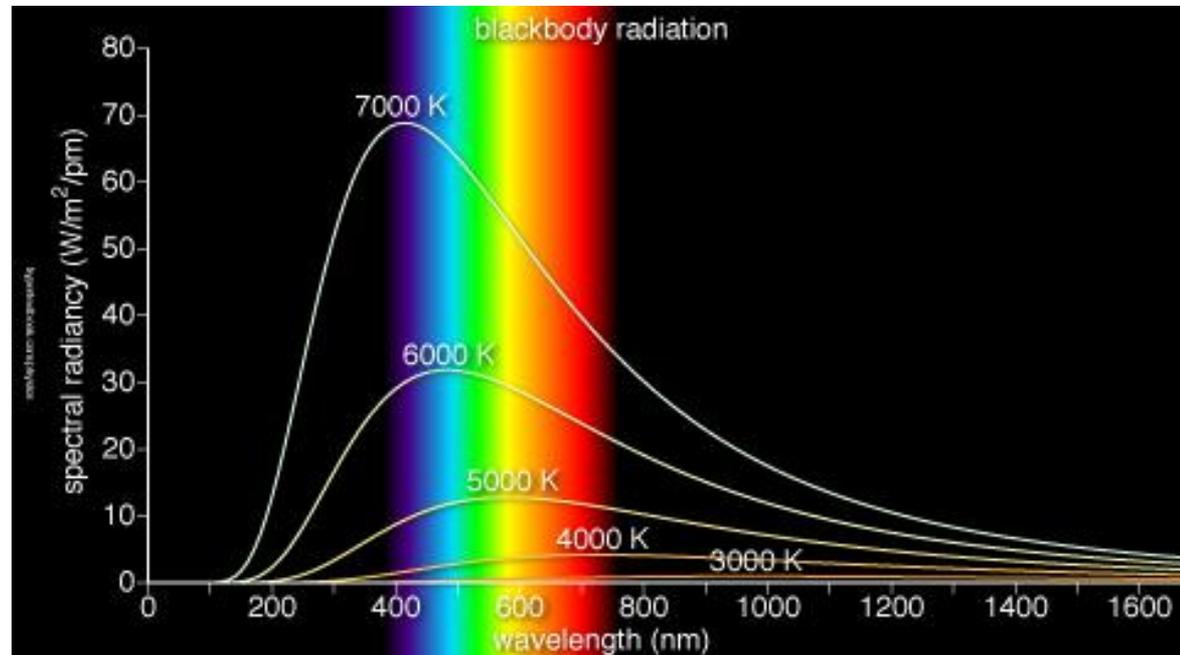
# A radiação do corpo negro

- Para explicar o comportamento da radiação emitida por uma **cavidade mantida a temperatura  $T$** , em função da sua **frequência (ou comprimento de onda)**, Planck (1900) usou uma expressão que, além de explicar as suas observações, reproduziu o resultado clássico da **radiância espectral (lei de Rayleigh-Jeans)**:

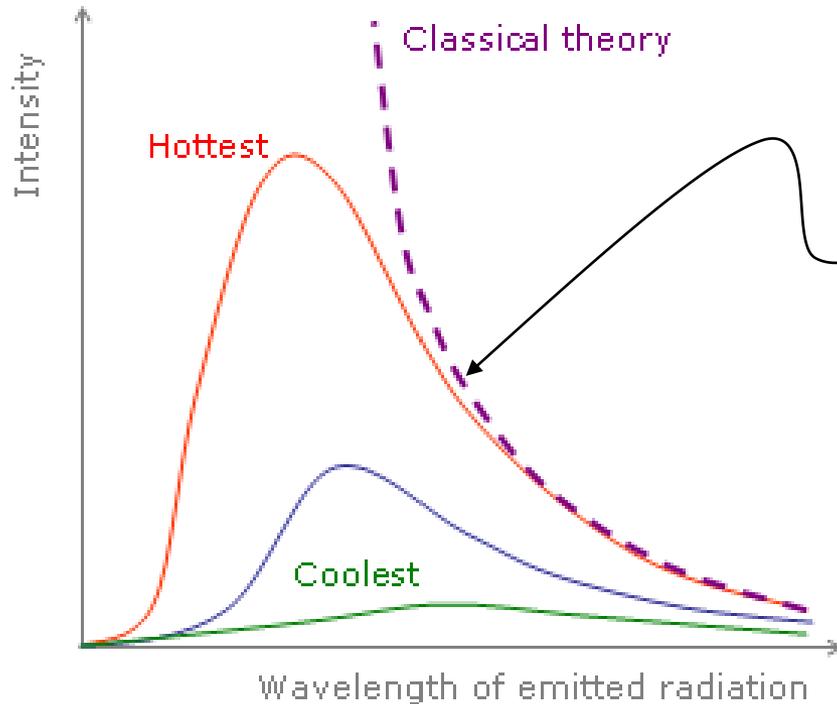
$$S(\lambda) = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4}$$

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J / K}$$

(Constante de Boltzmann)



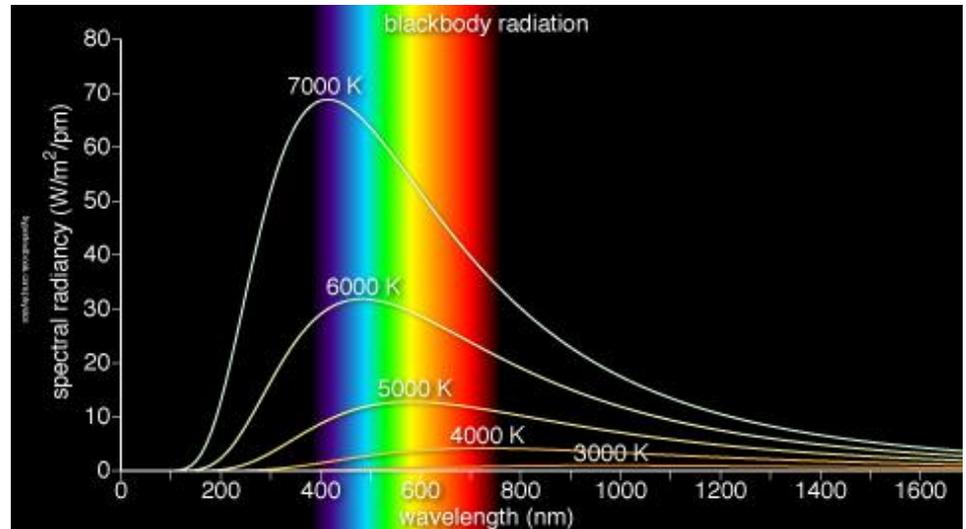
# A radiação do corpo negro



$$S(\lambda) = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4}$$

A lei de Rayleigh-Jeans concorda com os resultados experimentais para longos comprimentos de onda

corpo negro



# A radiação do corpo negro

Planck postulou a expressão (*lei da radiação de Planck*):

$$S_P(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc / \lambda k_B T) - 1}$$

Comparando esta expressão com resultados experimentais para várias temperaturas, Planck determinou o valor de  $h$  como:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

(*constante de Planck*)

# A radiação do corpo negro

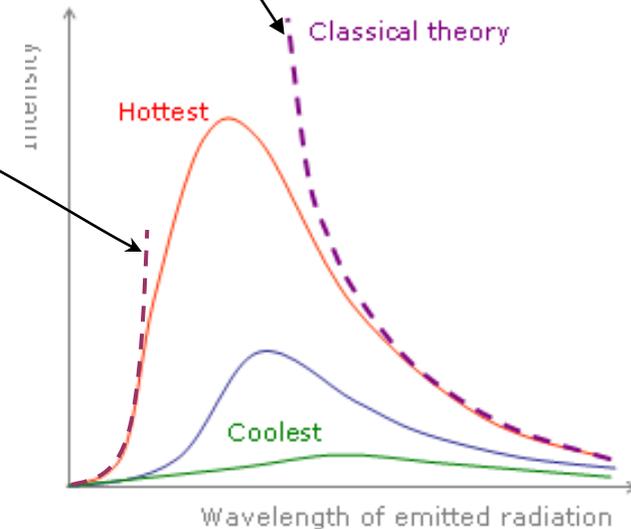
Dois limites importantes:

$$\text{i) } \frac{h\nu}{k_B T} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad S_P(\lambda) \approx \frac{2\pi k_B c T}{\lambda^4}$$

*lei de Rayleigh-Jeans da radiação.*

$$\text{ii) } \frac{h\nu}{k_B T} \gg 1 \quad \Rightarrow \quad S_P(\lambda) \approx \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda k_B T}\right)$$

$$\text{com } \frac{h\nu}{k_B T} = \frac{hc}{\lambda k_B T} \quad \text{pois } c = \lambda\nu$$



# O Postulado de Planck e suas implicações

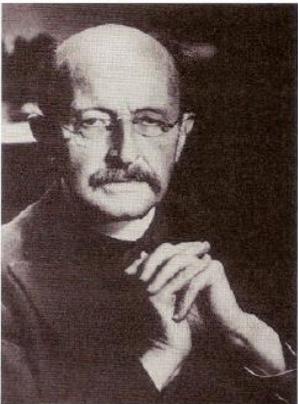
- Como foi visto, em 1900, Max Planck (1858-1947) desenvolveu um modelo matemático para a emissão de radiação eletromagnética, que se ajustava perfeitamente aos dados experimentais.
- Para isso, teve de admitir que a emissão de energia não era contínua. No modelo de Planck, a radiação era emitida e absorvida em pequenos pacotes de energia, denominados *quanta*, donde o nome teoria dos *quanta*, ou teoria quântica.

1. Planck considerou que, na superfície do corpo negro, existem osciladores harmônicos simples (cargas elétricas oscilantes). As partículas oscilantes, que emitem radiação, podem ter apenas determinadas quantidades de energia, com valores discretos:

$$E = n \cdot h \cdot \nu \quad \text{onde } n \rightarrow \text{número quântico}$$

$\nu \rightarrow$  frequência da radiação

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (\text{Constante de Planck})$$



Max Planck, por descobrir que a energia é quantizada, recebeu o Prêmio Nobel de Física em 1918.

# O Postulado de Planck e suas implicações

2. Planck também considerou que os osciladores existentes na superfície do corpo só emitem ou absorvem energia quando passam de um estado quântico para outro.

Se um oscilador passa, por exemplo, de  $n = 2$  para  $n = 1$ , emite uma porção discreta de energia igual a  $h\nu$ , que é a diferença entre  $2h\nu$  e  $1h\nu$ . Se passa de  $n = 1$  para  $n = 2$ , absorve uma porção discreta de energia  $h\nu$ . Portanto, a emissão e a absorção de energia também se dão em quantidades quantizadas.



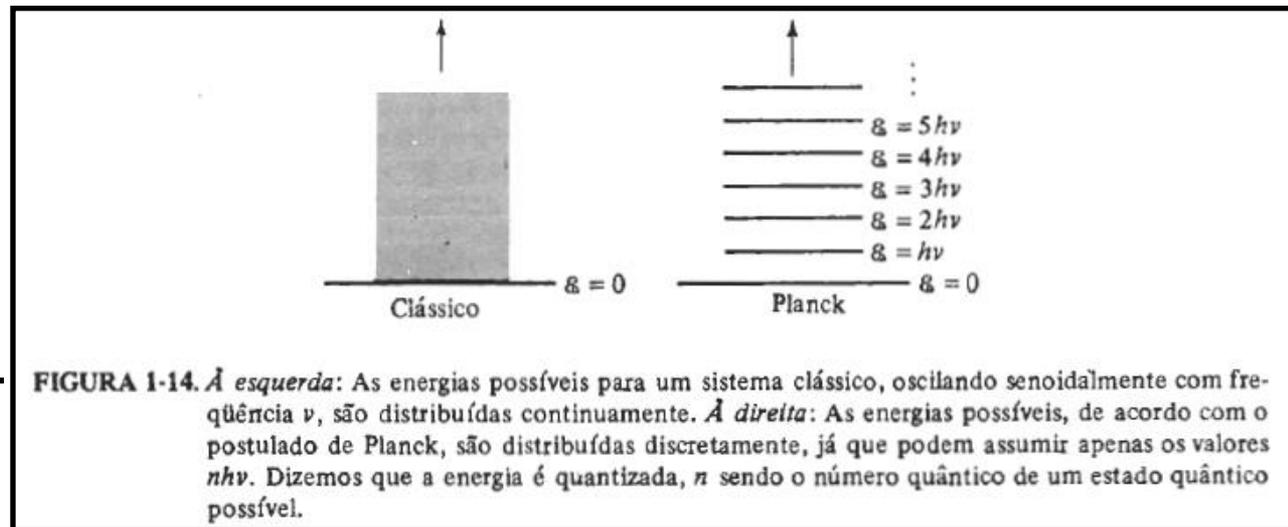
Figura 18.5

# O Postulado de Planck e suas implicações

O Postulado de Planck:

“A energia total  $\varepsilon$  de qualquer entidade física cuja única ‘coordenada’ execute oscilações harmônicas simples (isto é, seja expressa por uma função senoidal do tempo) pode assumir tão somente valores que satisfaçam a relação  $\varepsilon = nh\nu$ , onde  $\nu$  é a frequência da oscilação,  $h$  é uma constante denominada constante de Planck ( $h = 6,63 \times 10^{-34}$  J.s) e  $n$  é um ‘número quântico’ que só pode assumir valores inteiros ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ )”.

O caso clássico poderia ser encontrado para  $\Delta\varepsilon = h\nu$  pequeno, ou seja, para  $\nu$  pequeno.



# Radiação Térmica e o Postulado de Planck

Em sua forma original, o postulado de Planck não era tão abrangente quanto na forma em que o expusimos. O trabalho inicial de Planck foi feito tratando, detalhadamente, o comportamento de elétrons nas paredes do corpo negro e seu acoplamento ou interação com a radiação eletromagnética dentro da cavidade. Este acoplamento leva ao mesmo fator  $\nu^2$  que obtivemos em (1-12) se partirmos de argumentos mais gerais, devidos a Rayleigh e Jeans. Através deste acoplamento, Planck associou a energia a uma dada frequência da radiação de corpo negro à energia de um elétron na parede oscilando senoidalmente com a mesma frequência, e ele postulou apenas que a energia da partícula oscilante é quantizada. Somente mais tarde foi que Planck aceitou a idéia de que as próprias ondas eletromagnéticas eram quantizadas, e o postulado foi ampliado de forma a incluir qualquer ente cuja coordenada oscilasse senoidalmente.

Em princípio, Planck não estava certo se sua introdução da constante  $h$  era apenas um artifício matemático ou algo de significado físico mais profundo. Numa carta a R. W. Wood, Planck chamou seu postulado limitado de “um ato de desespero”. “Eu sabia”, escreveu, “que o problema (do equilíbrio entre matéria e radiação) é de fundamental significado para a física; eu sabia a fórmula que reproduz a distribuição de energia no espectro normal; uma interpretação teórica *tinha* que ser encontrada a qualquer custo, não interessando quão alto”. Por mais de uma década, Planck tentou encaixar a idéia quântica dentro da teoria clássica. Em cada tentativa, ele parecia recuar de sua ousadia original, mas sempre gerava novas idéias e técnicas que a teoria quântica mais tarde adotou. Aparentemente, o que finalmente o convenceu da correção e do profundo significado de sua hipótese quântica foi o fato dessa hipótese levar a uma formulação mais exata da terceira lei da termodinâmica e do conceito estatístico de entropia.

Foi durante esse período de dúvida que Planck foi o editor do jornal alemão de pesquisa *Annalen der Physik*. Em 1905, ele recebeu o primeiro artigo de Einstein sobre a relatividade, e defendeu vigorosamente esse trabalho. Depois disso, tornou-se um dos patronos do jovem Einstein em círculos científicos, mas resistiu durante algum tempo às idéias emitidas por Einstein sobre a teoria quântica da radiação, que mais tarde confirmaram e estenderam o próprio trabalho de Planck. Einstein, cuja profunda visão do eletromagnetismo e da mecânica estatística talvez fosse inigualável nessa época, viu como resultado do trabalho de Planck a necessidade de uma reformulação completa na estatística e eletromagnetismo clássicos. Ele formulou previsões e interpretações de muitos fenômenos físicos que foram mais tarde notavelmente confirmados pelas experiências. No próximo capítulo, vamos voltar a um destes fenômenos e seguir um outro caminho em direção à mecânica quântica.

# A radiação do corpo negro

- Para obter sua lei de radiação, Planck fez a hipótese de que a **energia armazenada**, em cada modo de oscilação eletromagnética (de frequência  $\nu$ ), era **discreta** e da forma:

$$E_n = n h \nu \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

portanto, independente da amplitude do campo. Isso indicava que o movimento dos elétrons oscilantes nas paredes da cavidade (que geram o campo elétrico) deveria apresentar apenas valores discretos (**quantizados**), não contínuos, como se acreditava.



## A radiação do corpo negro

- Planck acreditava que a sua hipótese era apenas um **artifício matemático**, e que o fenômeno de radiação do corpo negro ainda viria a ser explicado de uma outra forma. Ele mesmo tentou obter uma outra explicação, por muitos anos.

# O uso da lei da Radiação de Planck na Termometria

- Uma forma prática de medida da temperatura de um corpo é a utilização da Lei de Planck na escala prática de temperatura internacional, adotando como a temperatura de referência padrão  $T_1$  a temperatura normal de fusão do ouro ( $T = 1068^\circ\text{C}$ ).
- Para radiação monocromática de comprimento  $\lambda$  e  $T > 1068^\circ\text{C}$  tem-se

$$\frac{e^{hc/\lambda kT_1} - 1}{e^{hc/\lambda kT_2} - 1}$$

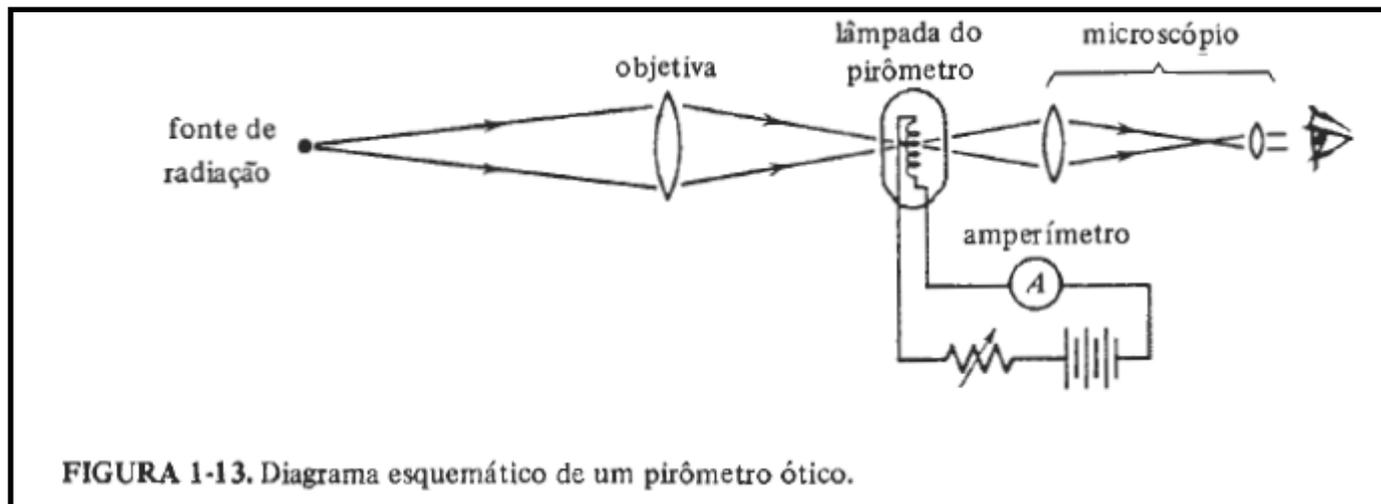
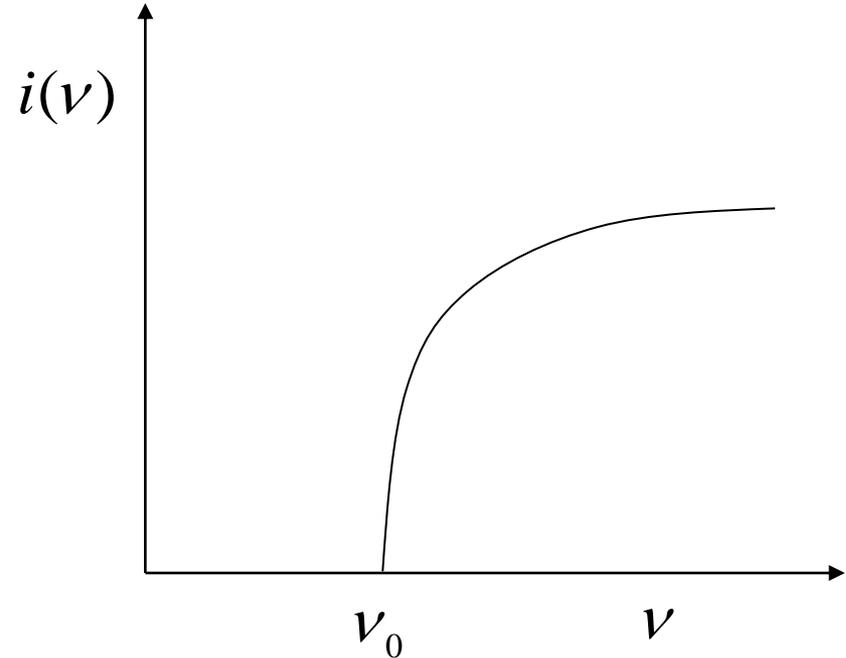
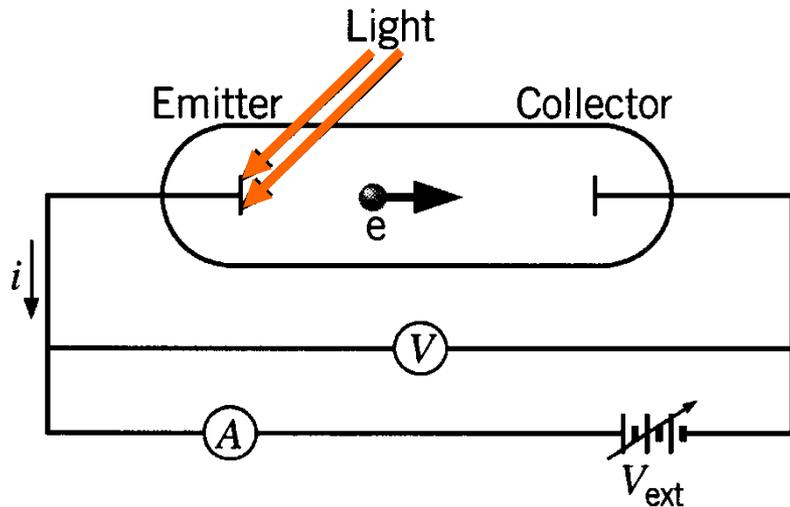


FIGURA 1-13. Diagrama esquemático de um pirômetro óptico.

# O Efeito Fotoelétrico

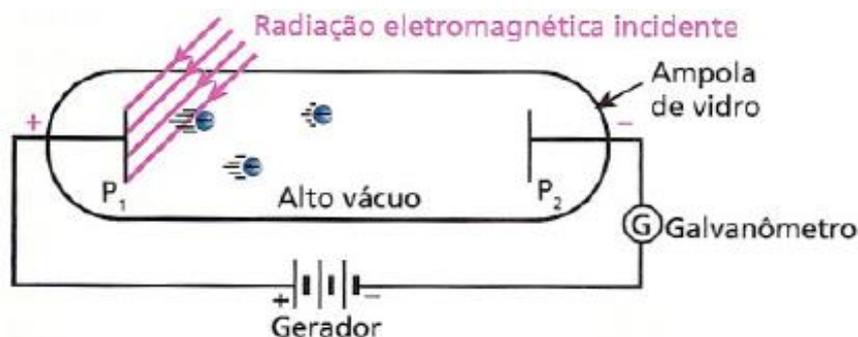
Observado por Hertz (1887) e Hallwachs (1888)



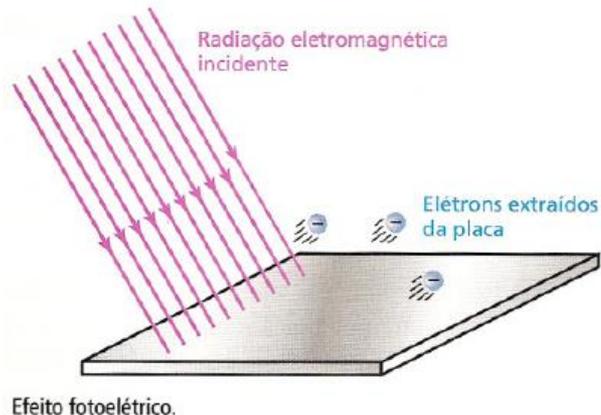
- Ocorre a emissão de elétrons de uma placa metálica, quando iluminada por radiação EM. Os *fotoelétrons* emitidos, e a corrente por eles gerada, só existem acima de um limiar de frequência  $\nu_0$ , independente da intensidade da radiação.

# O Efeito Fotoelétrico

- A primeira observação relacionada com esse fenômeno foi feita pelo físico russo Alexander Stoletov (1839-1896), em 1872. Enquanto retirava ar de um pequeno frasco dentro do qual havia duas placas metálicas, isoladas eletricamente uma da outra e ligadas aos terminais de uma bateria, ele detectou o surgimento de uma corrente elétrica na bateria, quando uma das placas foi atingida pela luz de uma lâmpada de mercúrio. Stoletov também percebeu que essa corrente cessava quando a placa deixava de ser iluminada.

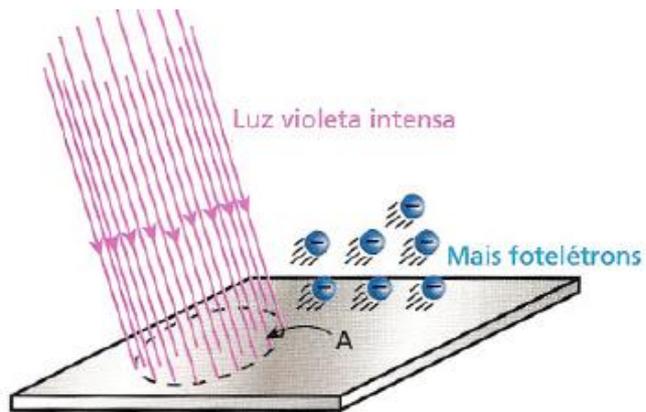


Quando radiações eletromagnéticas incidem numa placa metálica, cargas elétricas podem absorver energia suficiente para escaparem dela: a esse fato se dá o nome de **efeito fotoelétrico**.

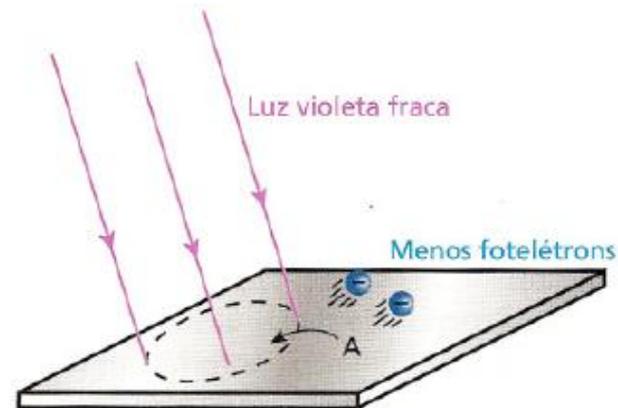


# Investigação do Efeito Fotoelétrico

- As energias cinéticas dos fotoelétrons não dependem da *intensidade da radiação incidente*.
- Maior intensidade da radiação incidente produz maior quantidade de fotoelétrons.

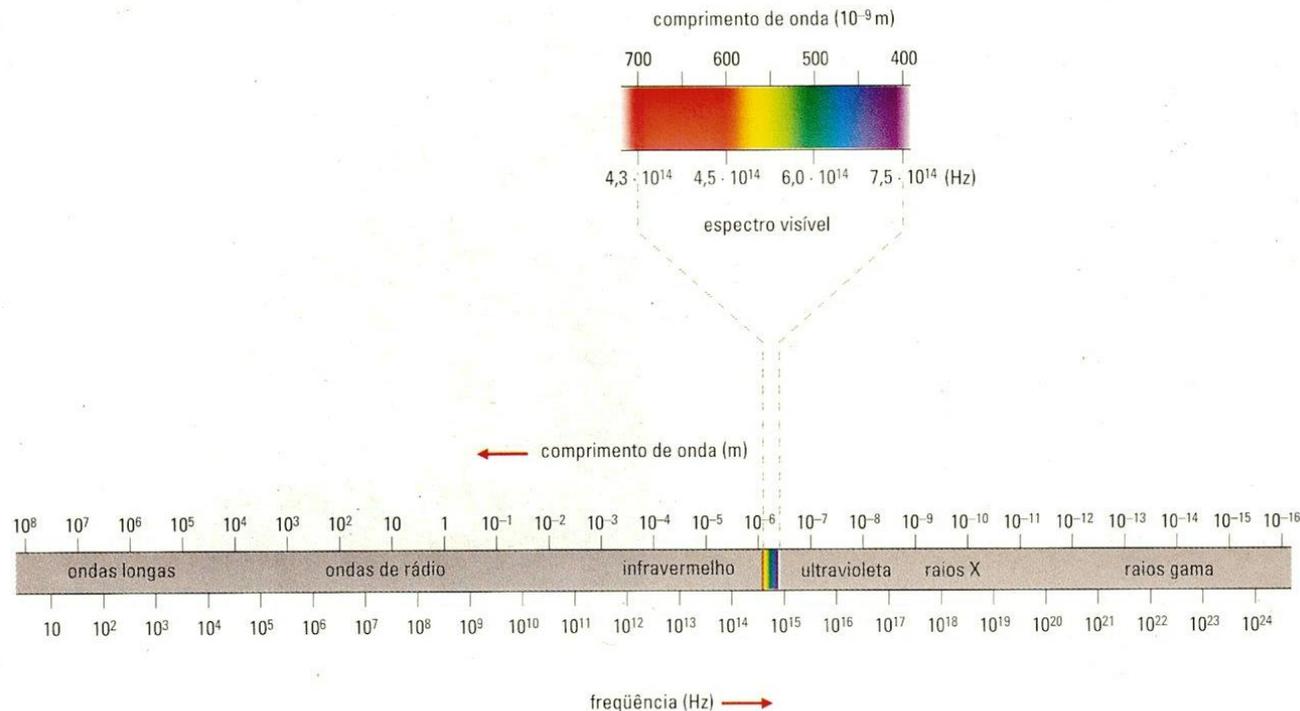


Placa metálica recebendo luz numa região de área A.



Nas duas situações, as energias cinéticas médias dos fotoelétrons são iguais.

- As energias cinéticas dos fotoelétrons dependem da *freqüência da radiação incidente*. Quanto maior é essa freqüência, maiores são as energias cinéticas dos fotoelétrons.
- O efeito fotoelétrico só ocorre se a freqüência da radiação incidente estiver acima de certo valor mínimo, que depende do metal utilizado. Se isso não for respeitado, o efeito não ocorrerá, por mais intensa que seja a radiação.



Espectro eletromagnético. A estreita faixa assinalada corresponde às freqüências da radiação visível – a luz.

# Equação do efeito fotoelétrico

$$E = E_{c_{m\acute{a}x}} + A$$

- $E$  é a energia do fóton absorvido pelo elétron ( $E = hf = h\nu$ )
- $E_{c_{max}}$  é a energia cinética máxima dos fotoelétrons
- $A$  ou  $\phi_0$  ou  $W$  é uma característica do metal, denominada função trabalho. Essa grandeza significa a energia mínima necessária para extrair um elétron situado na superfície do metal, ou seja, é a mínima energia para extrair um elétron "mais fácil" de ser extraído.

# O efeito fotoelétrico



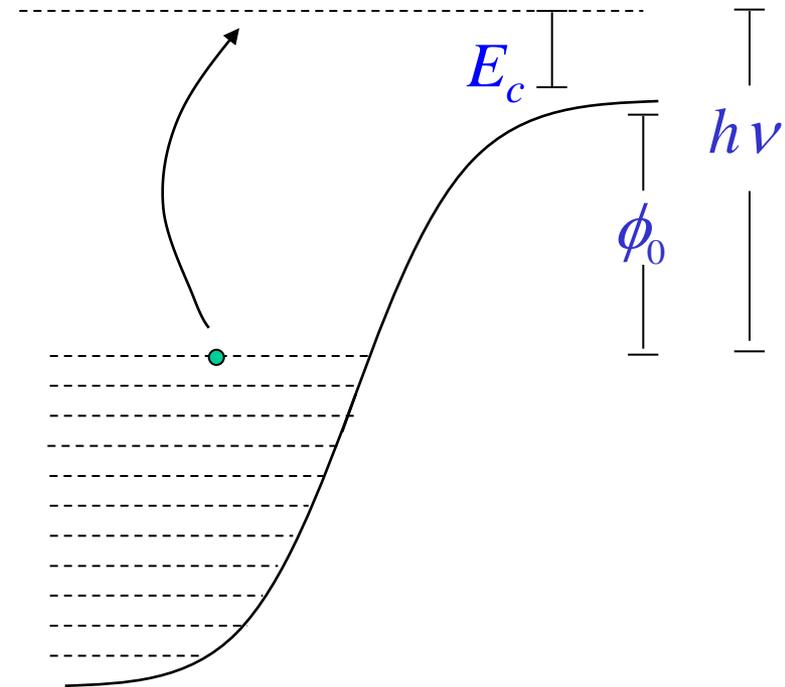
• Cada elétron requer uma **energia mínima  $\phi$**  para sair do metal. Assim, se fornecermos uma energia  **$E$**  o fotoelétron sairá com uma energia cinética:

$$E_c = E - \phi$$

Assumindo que a absorção de energia de **1 elétron** se dê através da absorção de **1 quantum**,  $h\nu$ , teremos:

$$E_c = h\nu - \phi$$

Como diferentes elétrons necessitam diferentes energias para saírem, vamos definir o mínimo de  $\phi$  como  $\phi_0$ ; a ***função trabalho do metal***



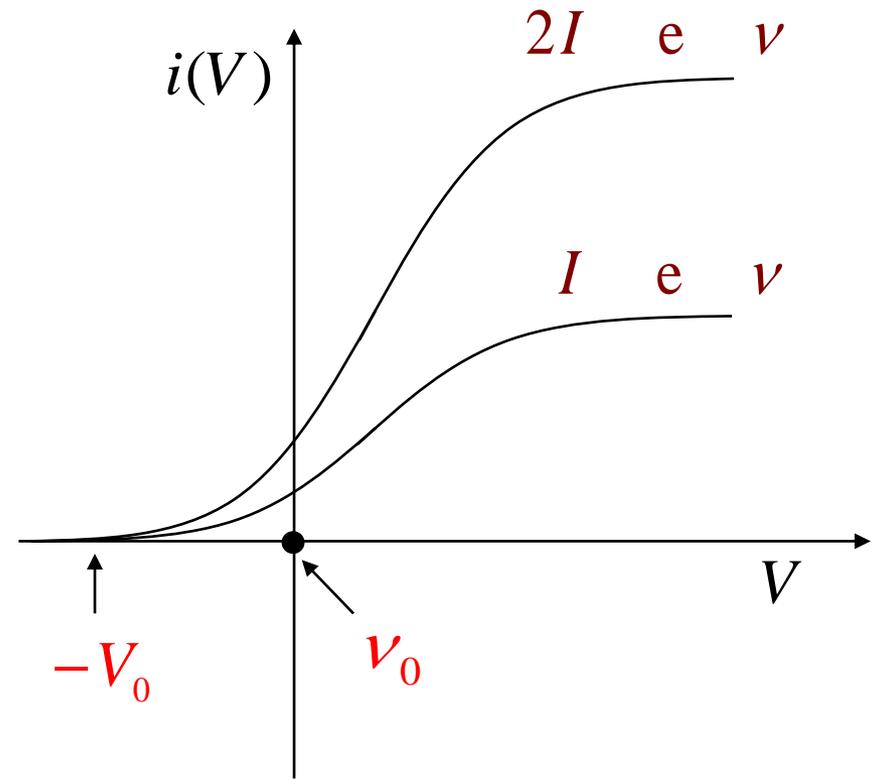
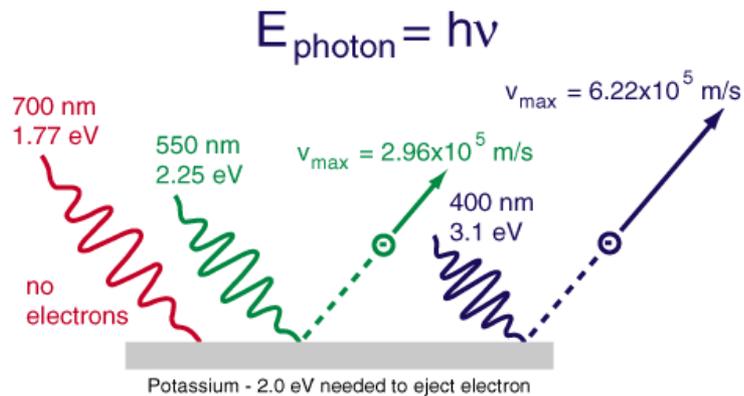
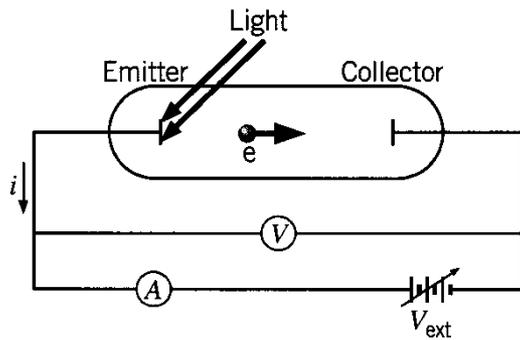
# O elétron-volt

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

## Função trabalho ( $W = \phi_0$ )

Metal	W (eV)	Metal	W (eV)
Sódio (Na)	2,28	Prata (Ag)	4,73
Alumínio (Al)	4,08	Platina (Pt)	6,35
Cobre (Cu)	4,70	Chumbo (Pb)	4,14
Zinco (Zn)	4,31	Ferro (Fe)	4,50

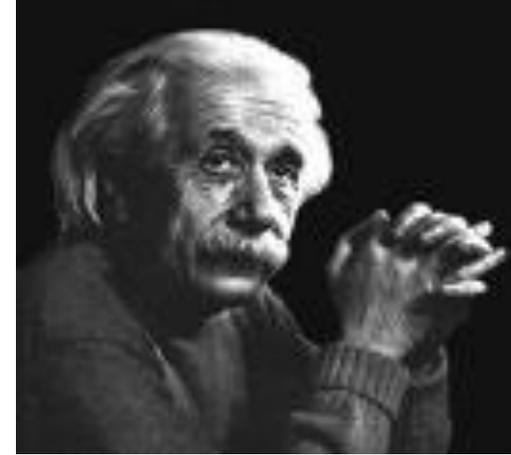
# O efeito fotoelétrico



O que independe da intensidade da radiação incidente são os valores de  $V_0$  e  $\nu_0$ ; não o valor da corrente depois de estabelecida!

photoelectric

# Explicação do efeito fotoelétrico



Em 1905, o físico, também alemão, Albert Einstein (1879-1955) explicou o efeito fotoelétrico (Prêmio Nobel de 1921). Para isso, ele estendeu a teoria de Planck às radiações eletromagnéticas, considerando que a *energia dessas radiações também é quantizada*.

Assim, uma radiação eletromagnética passou a ser tratada como um feixe de partículas, denominadas fótons, propagando-se.

Einstein supôs que a energia de um fóton (*quantum*) é dada por:

$$E = h f$$

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  → constante de Planck

$f$  → frequência da radiação

# O fóton

- A partir do conceito do quantum de energia,  $hf = h\nu$ , e da fórmula da energia de uma partícula relativística com massa de repouso  $m_0 = 0$ , podemos escrever:

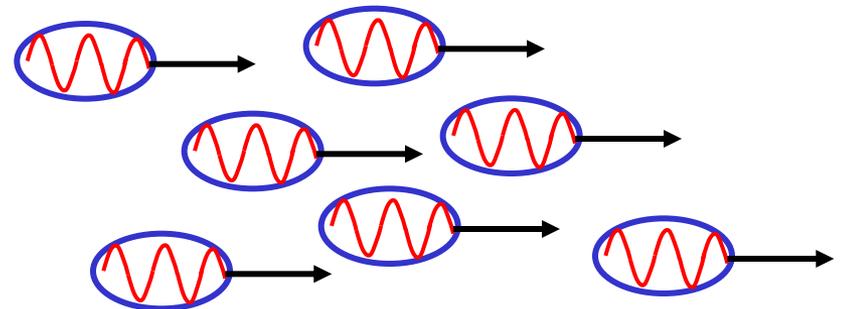
$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 = p^2 c^2 \quad \longrightarrow \quad \boxed{E = hf = pc}$$

Portanto, o *momento linear* do quantum  $hf$  é :

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} = \left( \frac{h}{2\pi} \right) \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) = \hbar k ; \quad \text{onde} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

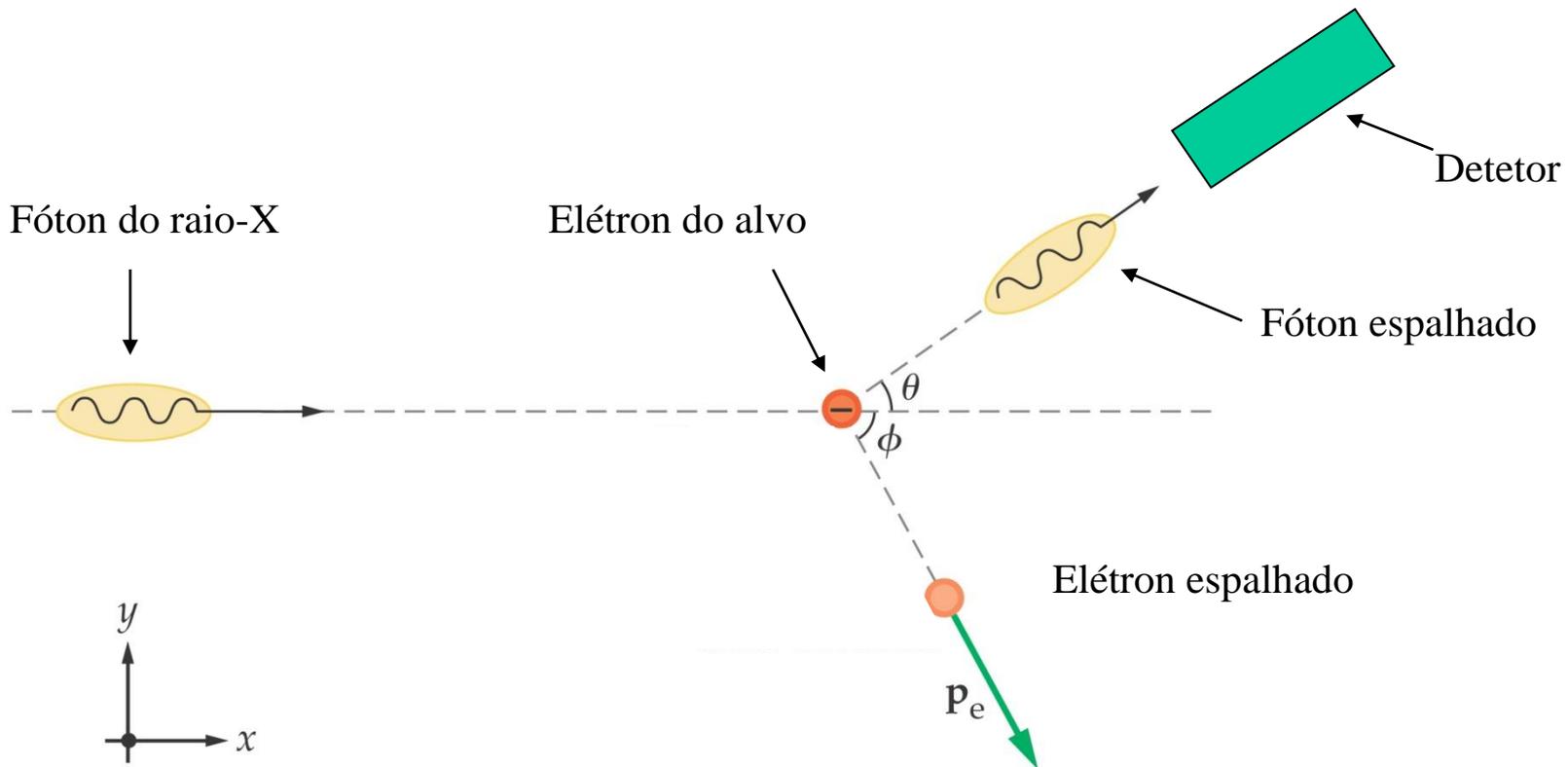
$$\longrightarrow \begin{cases} c = \lambda f \\ \vec{p} = \hbar \vec{k} \\ E = \hbar \omega \end{cases}$$

*pictoricamente:*



# O efeito Compton

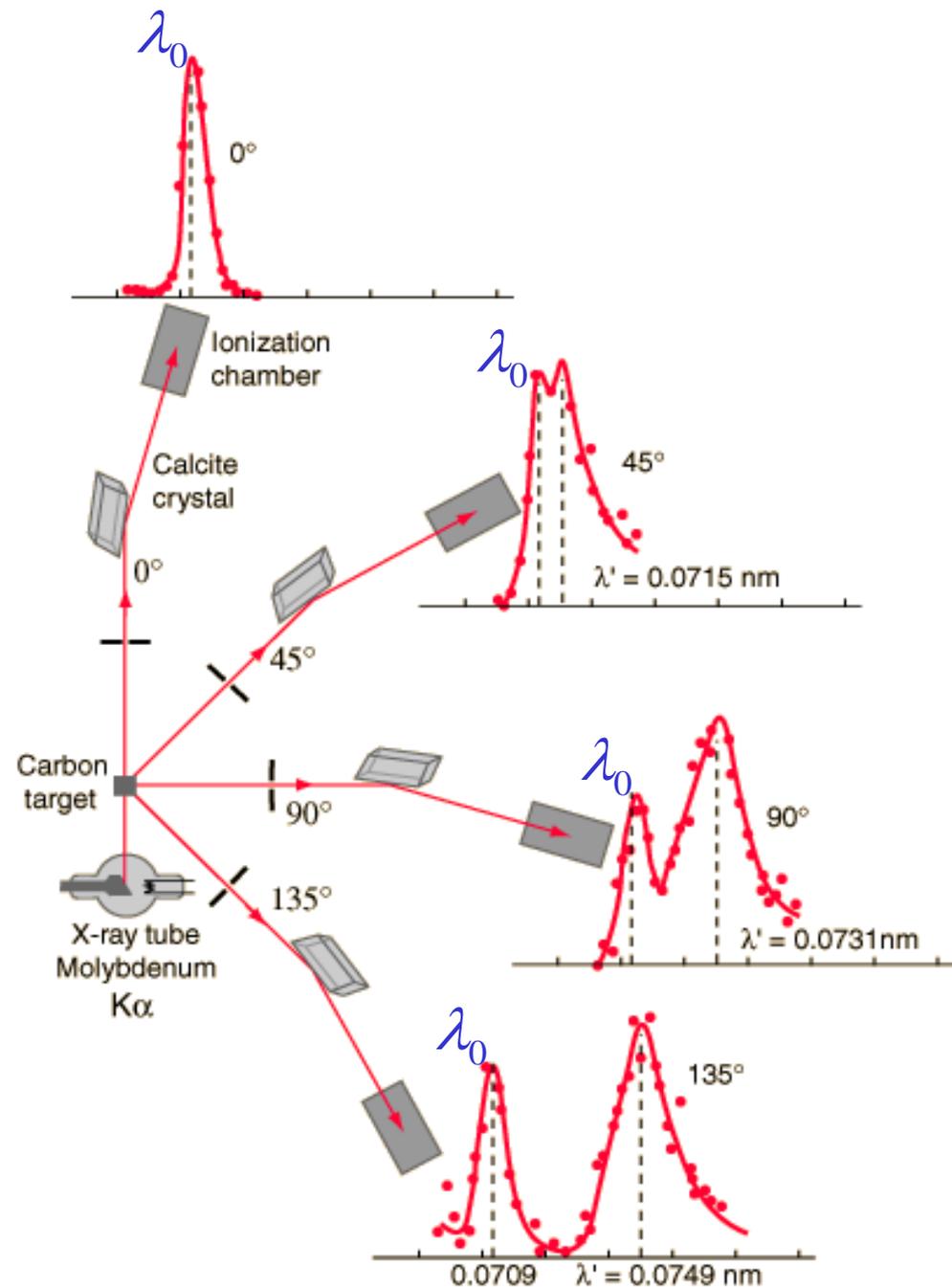
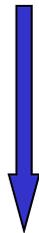
- A hipótese da **existência do fóton** foi confirmada experimentalmente por **Compton (1923)**, ao incidir raios-X sobre um alvo de carbono:



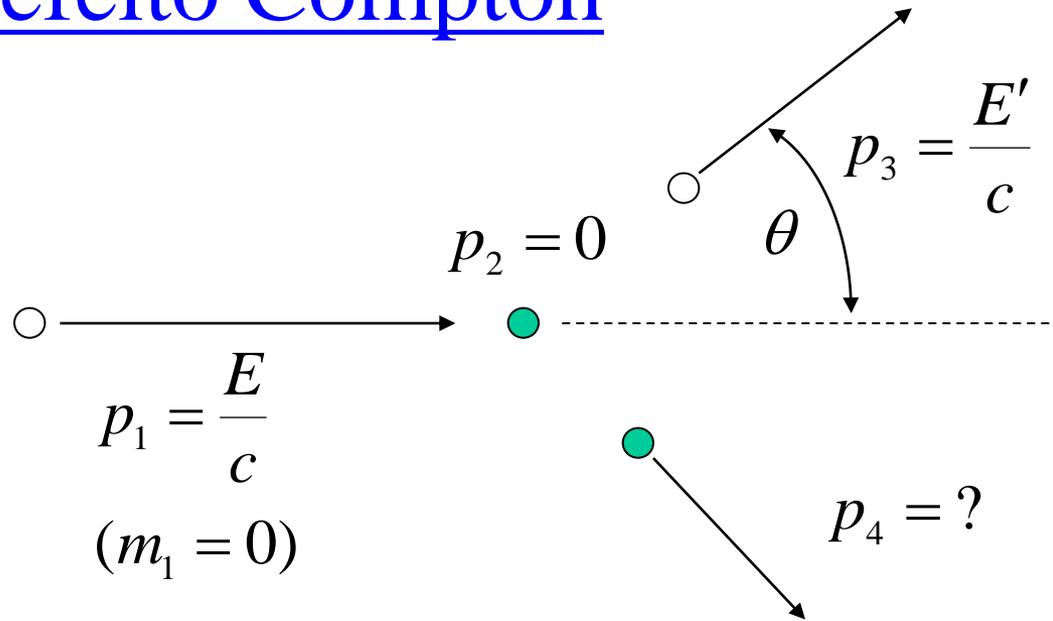
# O efeito Compton

Classicamente esperaríamos somente um pico de  $\lambda = \lambda_0$  da radiação incidente, o que não ocorre.

A explicação é baseada no fato do fóton carregar momento linear ( $\vec{p}$ ) e energia ( $E$ ).



# O efeito Compton



$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$$

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4$$

$$\vec{p}_1 - \vec{p}_3 = \vec{p}_4 \quad \Rightarrow \quad p_4^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 p_3 \cos \theta$$

$$E + m_0 c^2 = E' + \sqrt{p_4^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad \Rightarrow \quad (E - E' + m_0 c^2)^2 = p_4^2 c^2 + m_0^2 c^4$$



$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

**PROVAR !**

# O efeito Compton

Como  $E = h\nu$  podemos escrever:

$$\frac{1}{h\nu'} - \frac{1}{h\nu} = \frac{1}{m_0c^2} (1 - \cos \theta) \quad \longrightarrow \quad \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \theta)$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)} \quad ; \quad \text{onde: } \lambda_c \equiv \frac{h}{m_0c} \approx 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

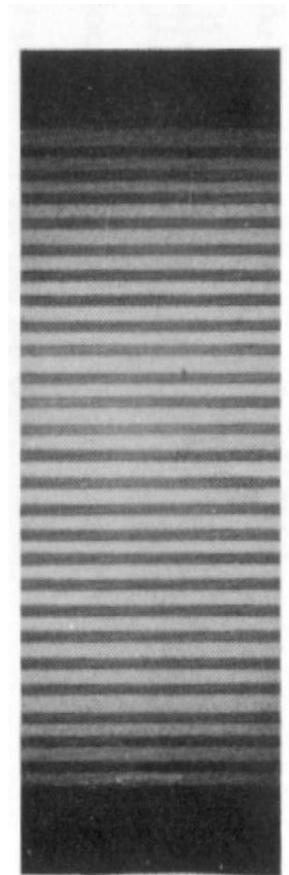
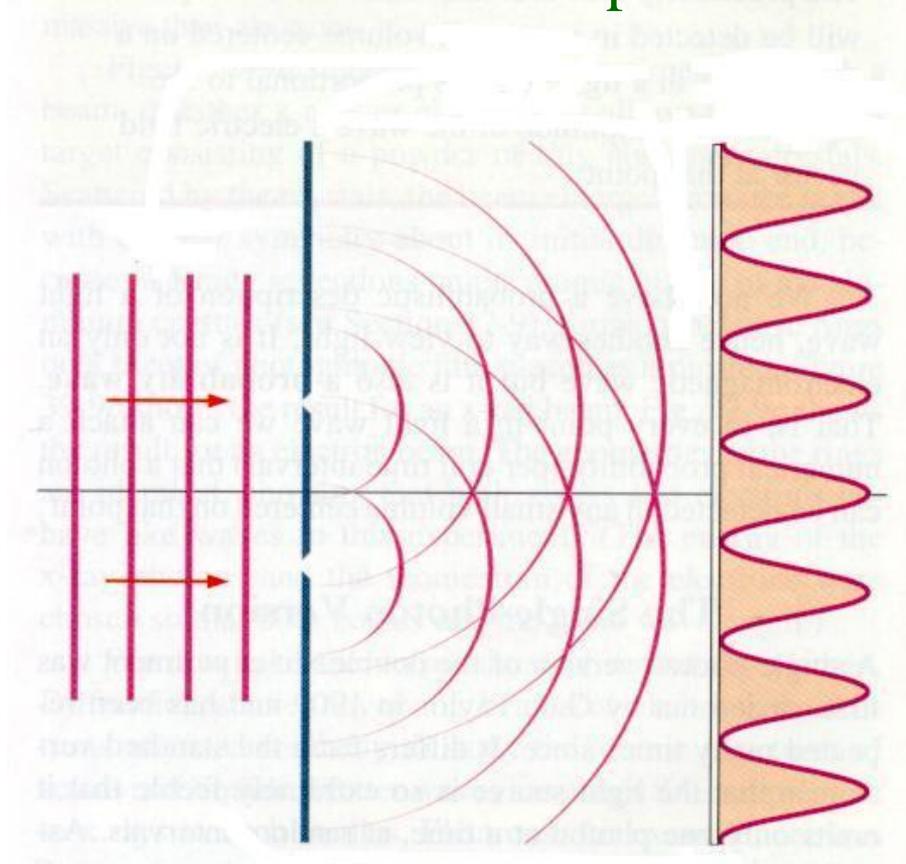
é o *comprimento de onda de Compton* da partícula espalhada.

- Se um **elétron** que espalha a radiação está **fracamente ligado ao átomo** de carbono,  $m_0 = m_e$ . Mas se um **elétron** está **fortemente ligado ao átomo**,  $m_0 = M$ , onde  $M$  é a massa do átomo. Como isso sempre ocorre, detecta-se sempre **dois picos** (para  $\theta > 0$ ) porque:

$$M \gg m_e \Rightarrow \Delta\lambda_a \ll \Delta\lambda_e$$

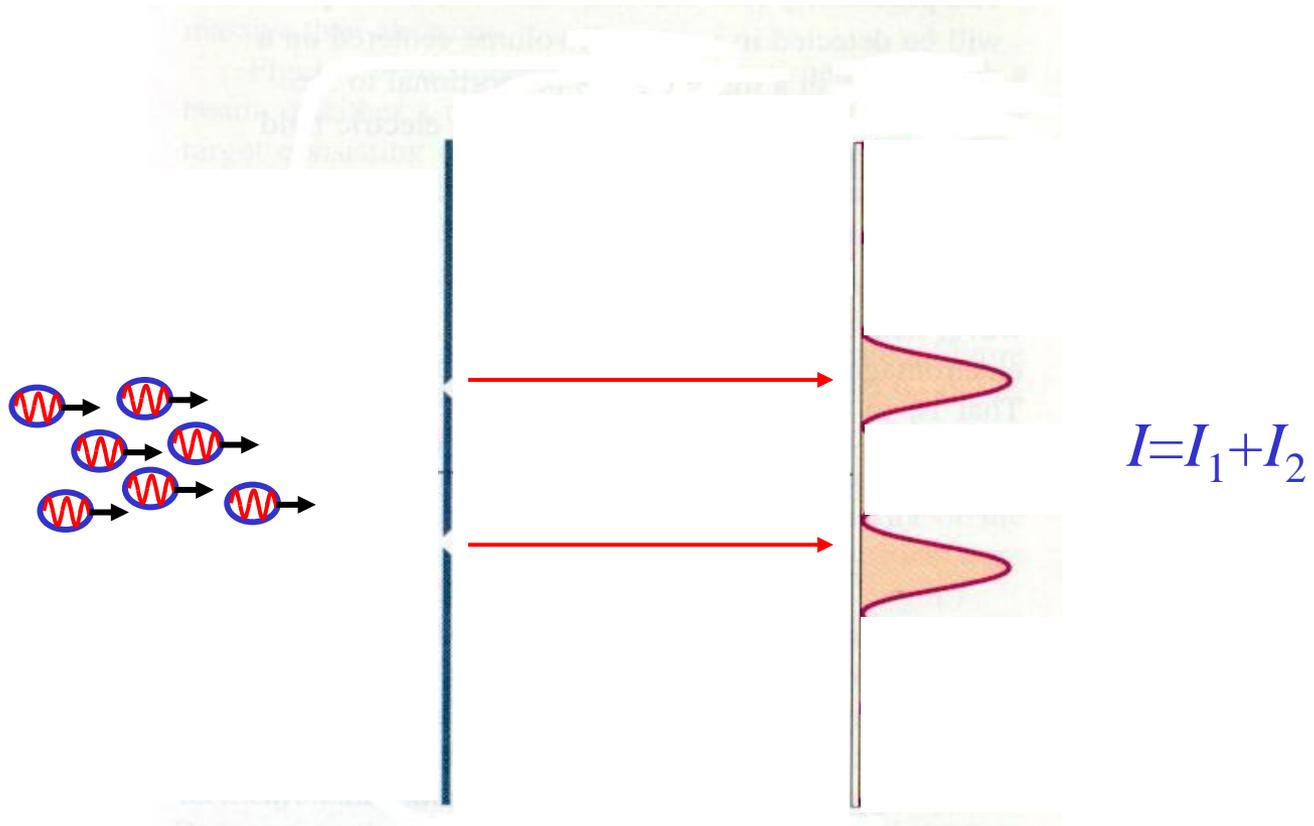
# A experiência de Young

A teoria ondulatória da radiação eletromagnética nos ensinou que depois de passar por duas fendas ela apresenta uma **figura de interferência** ao ser detectada num anteparo.



# A experiência de Young

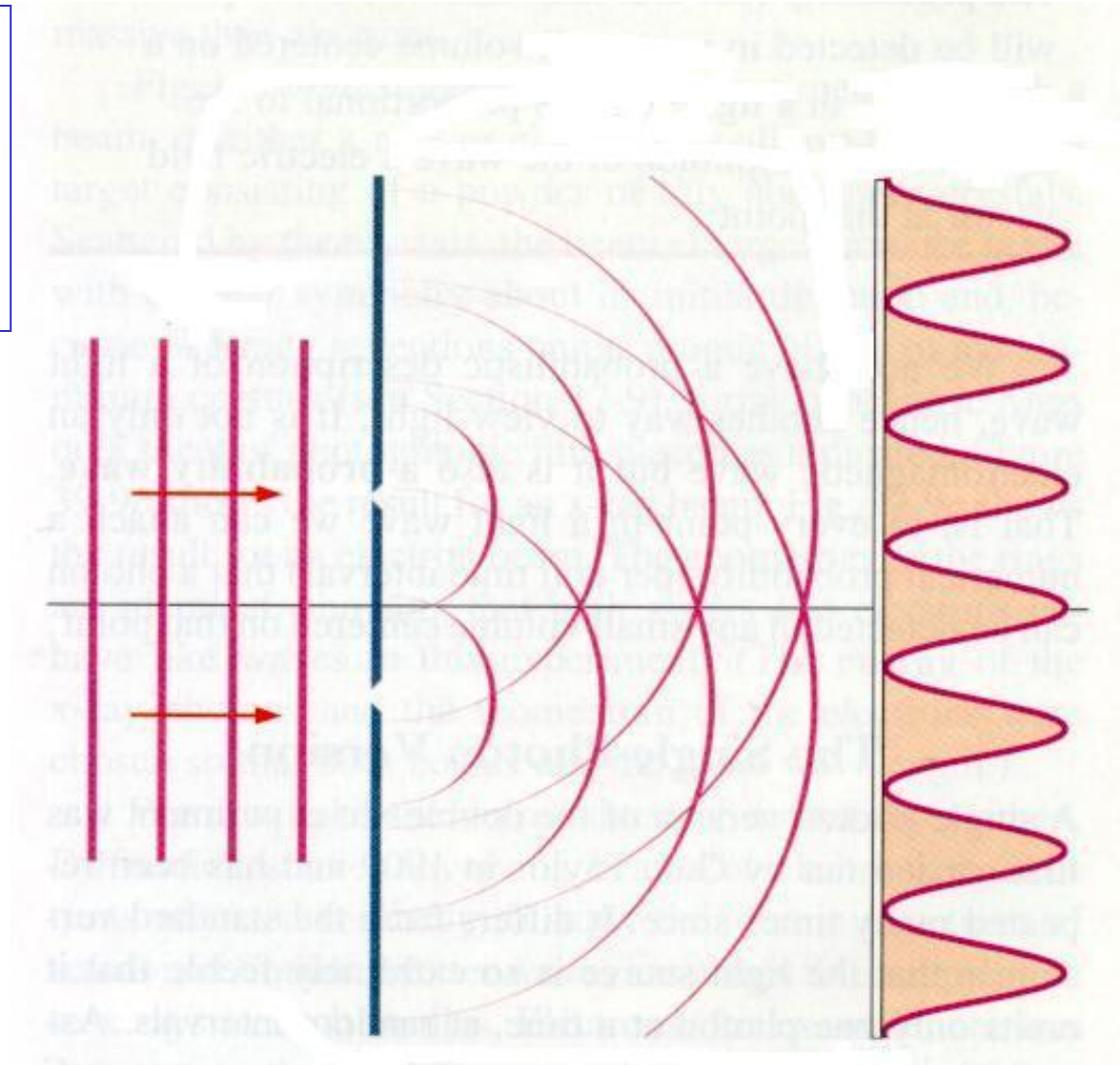
Por outro lado, corpúsculos clássicos apresentariam uma figura da forma:



Como conciliar a teoria ondulatória com a corpuscular ?

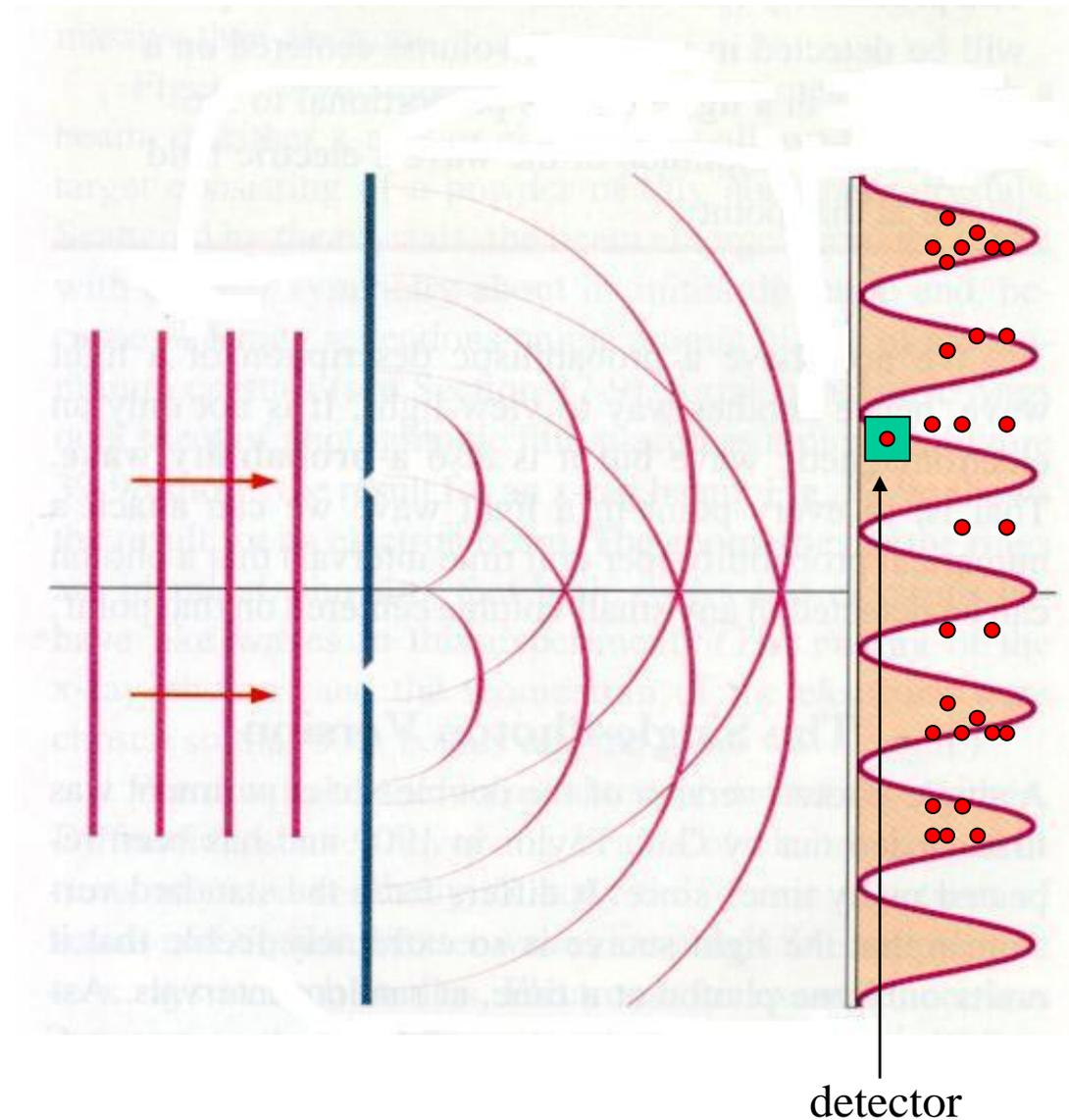
# A experiência de Young

1- feixe de luz **intenso**:  
figura de **interferência** na  
medida de intensidade no  
anteparo



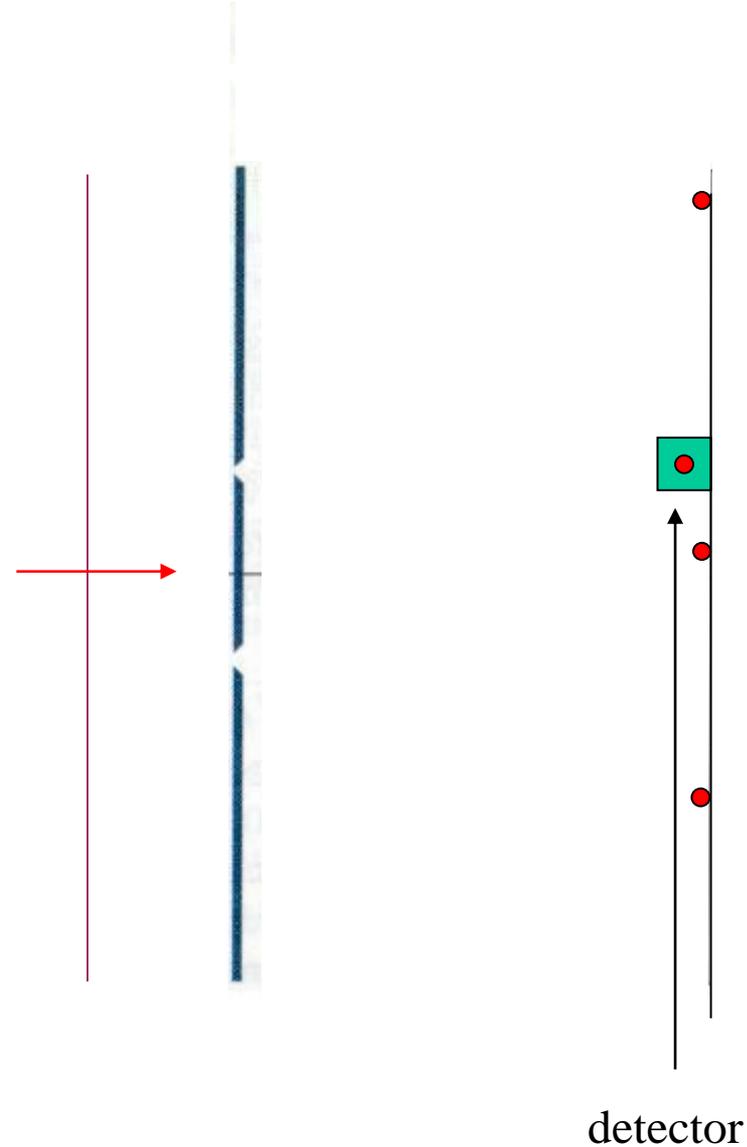
# A experiência de Young

2- feixe de luz **intenso** + **detector** no anteparo:  
**figura de interferência** na  
medida de intensidade no  
anteparo, mas...  
**contagem discreta** da  
chegada dos fótons;  
apesar de muitos por  
segundo



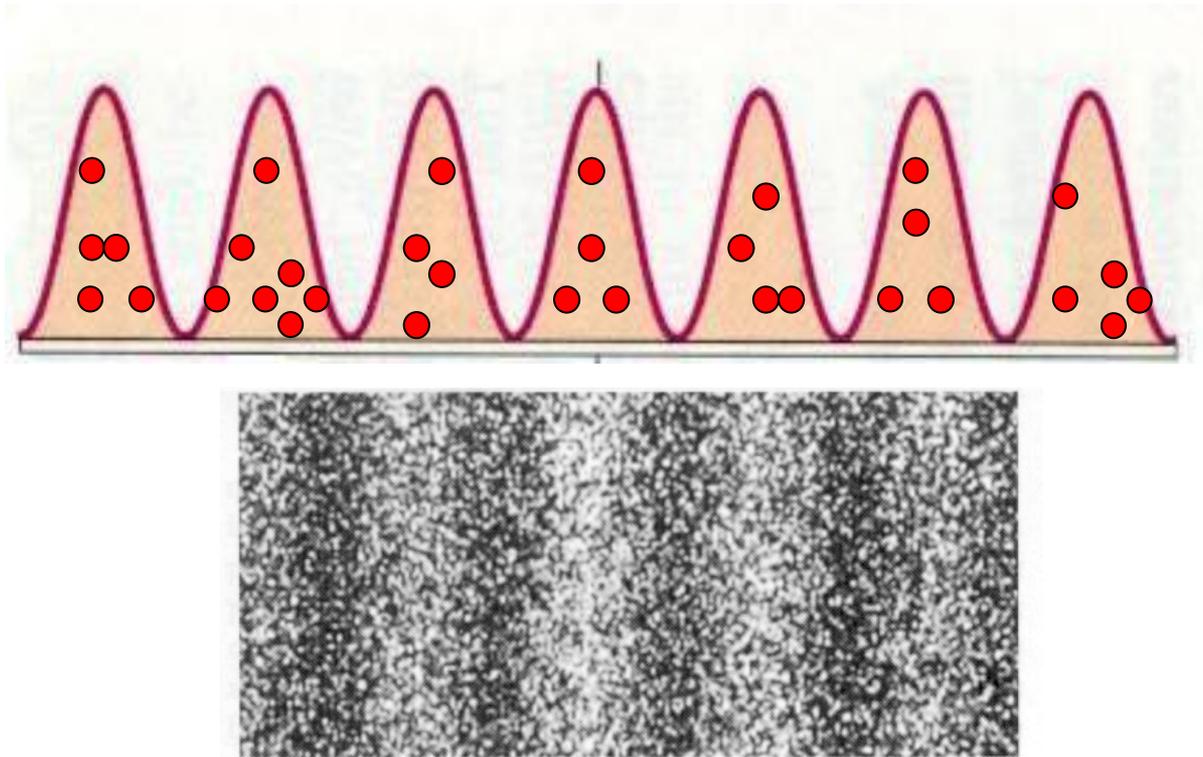
# A experiência de Young

3- feixe de luz **não intenso**  
+ **detector** no anteparo:  
1 fóton por segundo  
atravessa uma das fendas  
e **1 fóton por segundo** é  
registrado em **algum ponto**  
do anteparo. (*Experiência  
de 1 fóton*)



# A experiência de Young

Mas, no decorrer de um intervalo de tempo muito longo:  
*o histograma apresenta um perfil de interferência...*

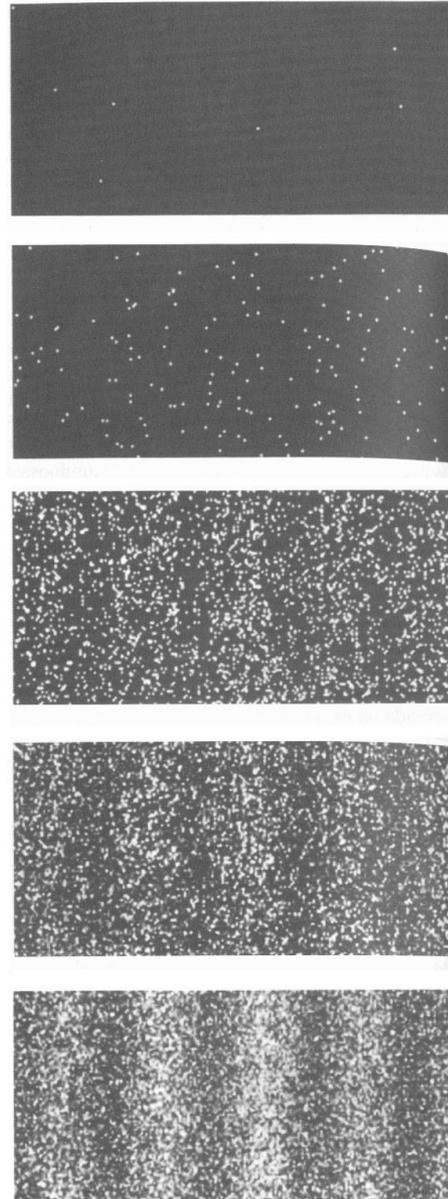


... compatível com a sobreposição dos resultados de  $N \gg 1$   
experiências envolvendo apenas 1 fóton!

# A experiência de Young

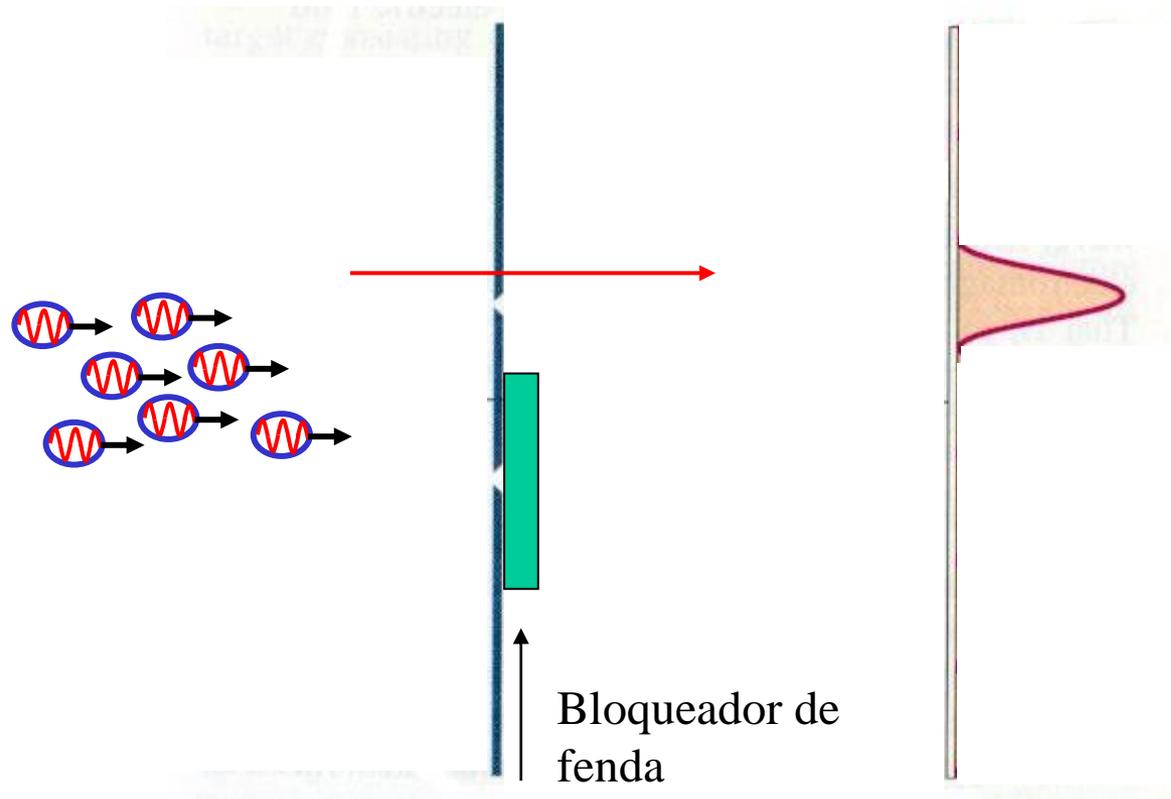
Intensidade do  
feixe de  
elétrons

[wavemechanics-duality](#)



# A experiência de Young

*Por onde passou o fóton?*



*Esta informação destrói a figura de interferência!*

# A hipótese de de Broglie

- Baseado no fato da **radiação eletromagnética (EM) propagar-se como onda** e, **ao interagir com a matéria, apresentar características corpusculares**, Louis de Broglie (1924) considerou a possibilidade de **corpúsculos** apresentarem **comportamento ondulatório**, em determinadas circunstâncias.
- Mesmo argumentando que era **irrelevante** questionar se a radiação EM é uma onda, que ao interagir com a matéria manifesta um comportamento ondulatório, ou um conjunto de partículas, cujo movimento é governado por ondas, **de Broglie adotou o segundo ponto de vista para determinar as características ondulatórias da matéria.**



# A hipótese de de Broglie

Usando as relações de Planck – Einstein:

$$\vec{p} = \frac{hf}{c} = \hbar \vec{k}$$

$$E = hf = \left( \frac{h}{2\pi} \right) (2\pi f) = \hbar \omega$$

de Broglie associou um comprimento de onda  $\lambda$  e uma frequência  $f$  a uma partícula de momento  $p$  e energia  $E$ , através das relações:

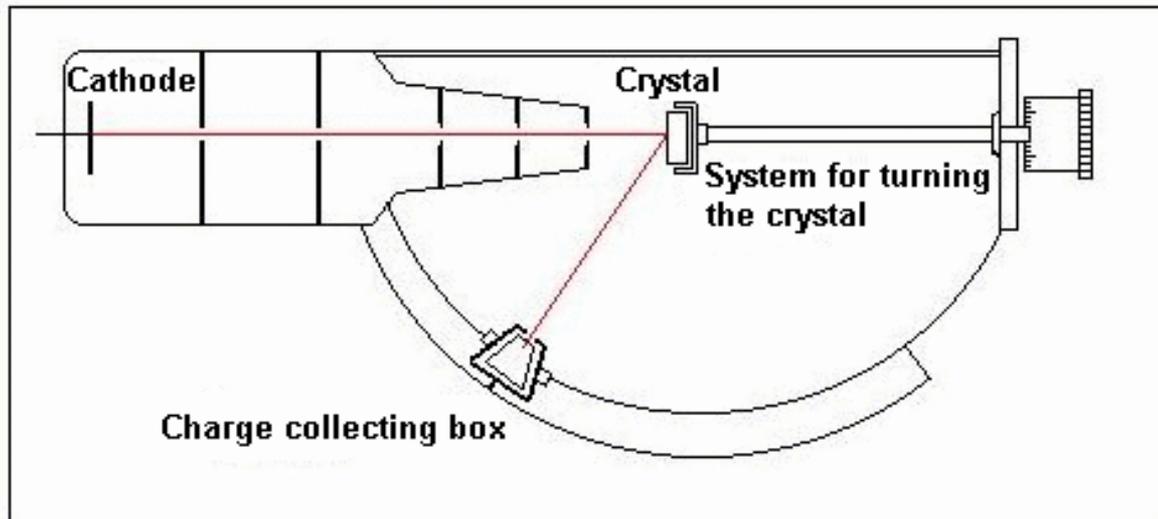
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$f = \frac{E}{h}$$

Louis de Broglie recebeu o prêmio Nobel em 1929

# Difração eletrônica

• A confirmação da hipótese de de Broglie veio através das observações de **Davisson e Germer (1927)** e **Thomson (1928)**, que fizeram experimentos com feixes de elétrons incidindo sobre **amostras cristalinas de níquel (os dois primeiros)** ou **pó de alumínio (o segundo)**.



The diagram of the Davisson-Germer experiment.

# Difração eletrônica (Experimento de Davisson-Germer)

$$E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Difração de Bragg:  $\lambda = d \sin \phi$

$$d = 2.15 \text{ \AA} \quad \phi = 50^\circ \quad \lambda = 1.65 \text{ \AA}$$

*Usando a relação de Broglie para elétrons acelerados:*

$$V = 54 \text{ V}$$

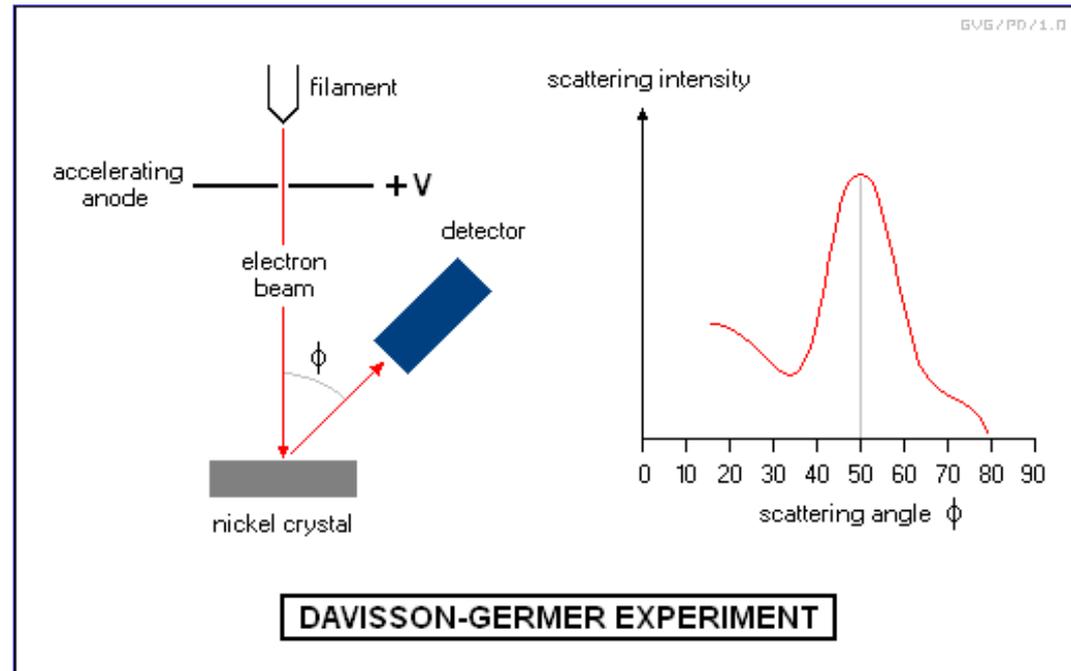
$$E = 54 \text{ eV} = 54 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

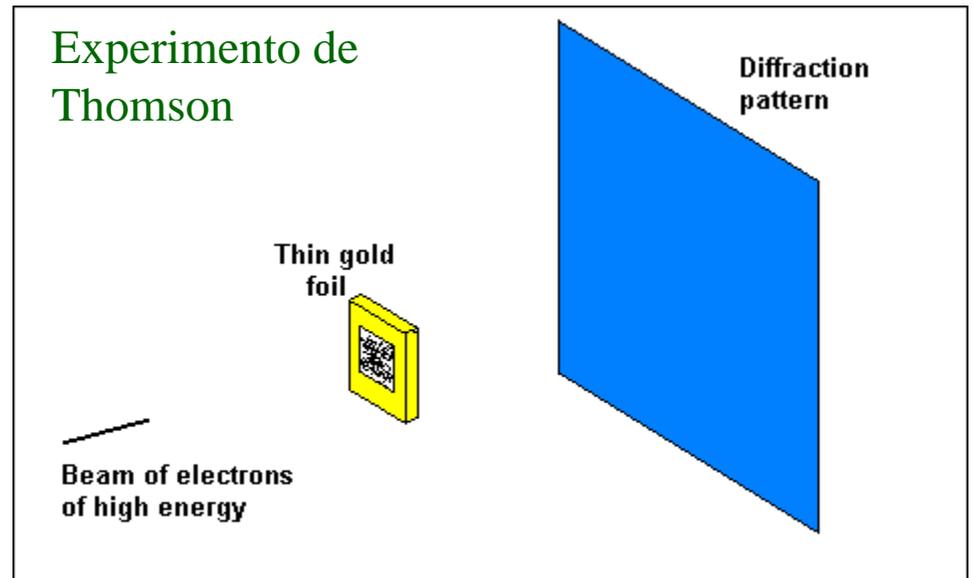
$$\lambda = 1,67 \text{ \AA}$$

*que é muito próximo do valor obtido por difração e mostra o comportamento ondulatório dos elétrons*



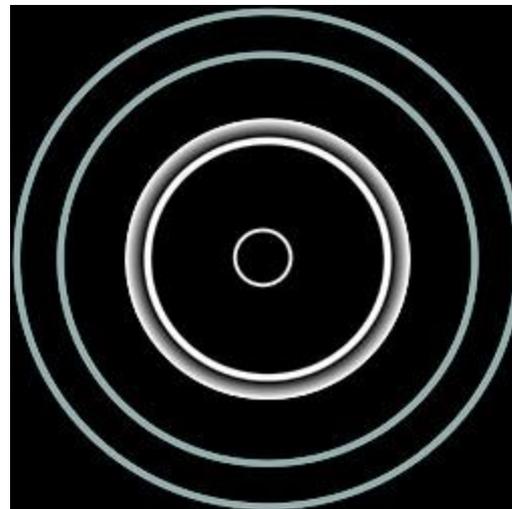
# Difração eletrônica

Davisson e Thomson  
receberam o prêmio  
Nobel em 1937

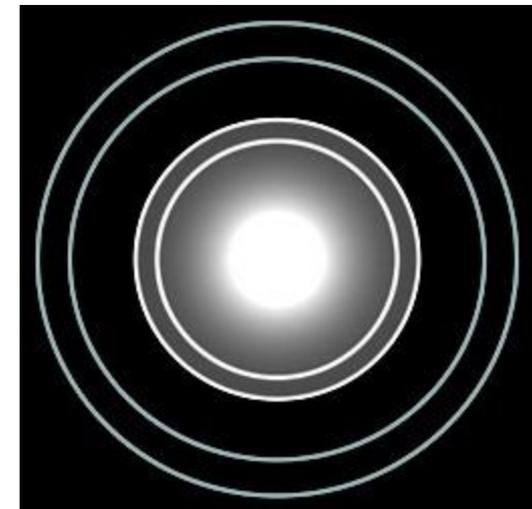


The beam of electrons of high energy causes the creation of the diffraction pattern on the screen when passing through the thin foil.

raios – X



électrons



- Os resultados aqui apresentados para elétrons são compatíveis com os dos fótons através da fenda dupla

# A experiência de Young

- Os experimentos de difração eletrônica indicam que, depois de passar por duas fendas, partículas suficientemente pequenas (elétrons, por exemplo) apresentam uma **figura de interferência** ao serem detectadas num anteparo.

